

# Instrumentarium der Reflexion. Eine systematische Skizze, um Primarstufenmathematikunterricht mit einem konstitutiven Prinzip zu hinterfragen

Gordan Varelija

## Abstract Deutsch

Im pädagogischen Denken und Handeln werden regulative Prinzipien auf der eidetischen, teleologischen und methodischen Seite des pädagogischen Dreiecks wissenschaftlich untersucht. Aus regulativen können konstitutive Prinzipien abgeleitet werden. Für einen zeitgemäßen Primarstufenmathematikunterricht als Bestandteil eines MINT-Unterrichts gilt es in der vorliegenden Arbeit systematisch zu fragen, welches Prinzip als Instrumentarium der Reflexion von Möglichkeitsformen des Primarstufenmathematikunterrichts konzipiert werden kann.

## Schlüsselwörter

Konstitutive Prinzipien, gegenstandsorientierter Dialog, kleinschrittiges Vorgehen, Verstehensorientierung

## Abstract English

In pedagogical thinking and acting, regulative principles are scientifically examined on the eidetic, teleological and methodical side of the pedagogical triangle. Constitutive principles can be derived from regulatory principles. For a contemporary primary level mathematics lesson as part of a MINT lesson, the present work has to systematically ask which principle can be conceived as an instrument for reflecting on possible forms of primary level mathematics lessons.

## Keywords

Constitutive principles, object-oriented dialogue, step-by-step approach, orientation towards understanding

## Zum Autor

Gordan Varelija, Dr., Professor, Pädagogische Hochschule Wien

Kontakt: [gordan.varelija@phwien.ac.at](mailto:gordan.varelija@phwien.ac.at)

*Der Mensch kann im Selberdenken, Selberwerten und Selberentscheiden nicht hinter seinen jeweils erreichten Bildungsstand zurücktreten. Wenn jeder Akt, d.h. wenn jeder Geltungsanspruch die Bildung des Menschen zum Ausdruck bringt, dann ist jede Auseinandersetzung mit sich selbst, mit anderen und mit der Welt nur als gebildete Handlung vorstellbar – so sachlich, sittlich und ästhetisch unzureichend diese auch immer erscheinen mag. Hierin zeigt sich der Charakter der Bildung als eines konstitutiven Prinzips, weil in der Bildung die unhintergehbare pädagogische Maßgabe menschlichen Tuns vorgestellt werden muss.*

*Thomas Mikhail*

## 1 Einleitende Gedanken

Wenn der Primarstufenmathematikunterricht einerseits durch fachdidaktische Forschung und andererseits durch Erfahrungen in der schulischen Realität immer wieder einem Wandel unterzogen ist, so braucht es möglicherweise Bezugspunkte, um Entwicklungen reflektieren zu können (vgl. Padberg & Benz 2011, S. 27ff.; Schipper et al. 2015, S. 17ff.). Durch systematische Reflexionen sind reale Veränderungen im Unterrichtsgeschehen und theoretische Konzepte für Vergleiche, Weiterentwicklungen und neue bildende Erfahrungen zugänglich (vgl. Reusser & Pauly 2003, S. 4ff.; Gruschka 2013, S. 38ff.). Wird zum einen die Verstehensorientierung, welche auf der Grundlage, Mathematik als Wissenschaft von Mustern und Strukturen zu verstehen, basiert, als Leitfaden betrachtet, so gilt es zu fragen, woran man diese im Unterricht erkennen kann (vgl. Hirt & Wälti 2008, S. 15ff.; Leuders 2012, S. 28ff.). Wird zum anderen nach dem pädagogisch sinnvollen Einsatz von digitalen Medien im Primarstufenmathematikunterricht gesucht, so ist zu fragen, wodurch sich das Sinnvolle ergibt. Bezugspunkte der Reflexion sind ebenso notwendig, um Kompetenzzuschreibungen im Mathematikunterricht nicht als von pädagogischen

Grundüberlegungen unabhängige Lernerfolgsmessungen für Kompetenzraster zu betrachten, deren Evaluierungen sonst folglich nur schwer pädagogisch eingeordnet werden können (vgl. Reichenbach 2007a, S. 64ff.).

Im vorliegenden Text wird der Frage nachgegangen, welches konstitutive Prinzip geeignet erscheint, um Primarstufenmathematikunterricht pädagogisch reflektieren zu können. In einem ersten Teil dieser Arbeit wird auf regulative und konstitutive Prinzipien eingegangen, im zweiten Teil ein konstitutives Prinzip systematisch untersucht und im dritten Teil ein konstitutives Prinzip in Bezug zu drei Möglichkeitsformen von Primarstufenmathematikunterricht gesetzt.

## 2 Regulative und konstitutive Prinzipien

Prinzipien können Bezugspunkte sein, um sich als Lehrende im komplexen Feld von Unterrichtsgeschehen, erfolgreicher und verfehlter Wirkungen pädagogischen Denkens und Handelns, in theoretischen, neu entworfenen Unterrichtskonzepten und in entsprechender angebotener, analoger und digitaler Methodenvielfalt zu orientieren. Thomas Mikhail nähert sich der Frage nach geeigneten Prinzipien, indem er über eine Dreieckskonstellation nach Bedingungen für die Möglichkeit pädagogischen Denken und Handelns sucht. Mikhail (2016, S. 206f.) bezieht sich in einem ersten Schritt innerhalb dieser Dreieckskonstellation auf folgende drei regulative Prinzipien:

„[...] lassen sich Bildsamkeit, Selbstbestimmung und Dialogizität als unhintergehbare Prinzipien pädagogischen Handelns ausweisen. [...] Bildsamkeit, Selbstbestimmung und Dialogizität haben in erster Linie eine ordnungsstiftende Funktion. Sie ermöglichen zwar keine Erkenntnisse in der Frage, wie pädagogisch gehandelt werden soll, aber dennoch können wir unsere Erfahrung an diesen Ideen orientieren. [...] Denn, obgleich wir mithilfe der regulativen Prinzipien keine Erkenntnisse über pädagogisches Handeln gewinnen können, so sind Erkenntnisse über pädagogisches Handeln erst unter Voraussetzung der regulativen Prinzipien möglich.“ (Mikhail 2016, S. 206f.).

Die Produktivität regulativer Prinzipien erscheint zunächst auf einer Metaebene, wo diese möglicherweise nur in theoretischen Fragestellungen näher untersucht werden können. Mikhail relativiert diesen Gedanken:

„Wir wüssten nicht einmal, worauf sich unser pädagogisches Denken richten sollte, wenn wir nicht an der Bildsamkeit, Selbstbestimmung und Dialogizität Orientierung fänden. Durch die ordnungsstiftende Funktion dieser regulativen Prinzipien wird pädagogisches Handeln erst erfahrbar [...]“ (ebd.).

Auf der eidetischen Seite der erwähnten Dreieckskonstellation findet sich das regulative Prinzip der Bildsamkeit. Die Frage also nach dem Wer/Was ist der Mensch und wie ist der Mensch bestimmt für einen Bildungsprozess. Erst durch die Annahme der Bildsamkeit sind weitere Überlegungen im pädagogischen Denken und Handeln sinnvoll. Auf der teleologischen Seite ist die Selbstbestimmung zugeordnet. Das Ziel pädagogischen Handelns wird benannt, jenes Ziel wodurch sich Handeln als pädagogisches Handeln zu erkennen gibt und sich somit legitimiert. Selberdenken, Selberwerten und Selberentscheiden der Lernenden sind das angestrebte Ziel im pädagogischen Kontext. Bildsamkeit und Selberdenken, Selberwerten und Selberentscheiden, eidetische und teleologische Festlegungen benötigen eine entsprechende methodische Seite, die dritte Seite des Dreiecks. Diese wird durch die Dialogizität festgelegt. Erst durch das Prinzip der Dialogizität ergibt sich ein stimmiges Bild von eidetischer, teleologischer und methodischer Ansätze, die ineinandergreifen und isoliert kein sinnvolles Gefüge ergeben. Das pädagogische Handeln und die entsprechenden Erfahrungen sind in diesem Kontext durch eine systematische Unterteilung von regulativen und konstitutiven Prinzipien näher zu bestimmen (vgl. Gruschka 2011b, S. 101ff.). Mikhail (2016, S. 207) zeigt diese Differenz systematisch auf:

„Freilich folgt die Absteckung eines konkreten Erfahrungsbereichs nicht den regulativen, sondern vielmehr den konstitutiven Prinzipien, durch die dem Forscher tatsächlich pädagogische Situationen in der Anschauung gegeben werden. Individuallage, Bildung und das Argumentieren lassen sich widerspruchsfrei zu den regulativen Prinzipien bilden. Diese bedingen pädagogische Praxis dergestalt, das mit ihnen nicht bloß theoretische Vorstellung ermöglicht, sondern auch praktische Orientierungen gegeben werden können.“ (Mikhail 2016, S. 207).

Systematisch kann festgehalten werden:

- Individuallage auf der eidetischen Seite als entsprechendes konstitutives Prinzip abgeleitet vom regulativen Prinzip der Bildsamkeit.

- Bildung auf der teleologischen Seite als entsprechendes konstitutives Prinzip abgeleitet vom regulativen Prinzip der Selbstbestimmung.
- Argumentation auf der methodischen Seite als entsprechendes konstitutives Prinzip abgeleitet vom regulativen Prinzip der Dialogizität (vgl. dazu auch Koch 2015, S. 34ff.; Schirlbauer 2018, S. 9f.; Varelija 2018a, S. 171f.).

Die drei zugeordneten konstitutiven Prinzipien zeigen Bedingungen für die Möglichkeit pädagogischen Denkens und Handelns auf, in diesem speziellen Forschungsgegenstand, im pädagogischen Denken und Handeln im Primarstufenmathematikunterricht, wodurch erste Skizzen einer pädagogischen Reflexion von Unterricht möglich erscheinen. In einem zweiten Teil der Arbeit wird die Argumentation, das konstitutive Prinzip auf der methodischen Seite, untersucht.

### 3 Argumentation – der gegenstandsorientierte Dialog

Die Gegenstandsorientierung im Primarstufenmathematikunterricht, also die Orientierung am mathematischen Thema, welches unterrichtet wird, ist zentral für weitere Überlegungen in der Planung, Gestaltung und Reflexion des Unterrichts. Erst wenn klar ist, welches mathematische Thema mit den Lernenden näher betrachtet werden soll und was den Kern dieses Themas für die Vermittlung durch Lehrende und Aneignung durch Lernende darstellt, kann auch der Dialog gedacht werden. Der Kern des Themas hat eine fachspezifisch-mathematische Struktur, welche sich auch im Primarstufenmathematikunterricht wiederfinden soll, auch wenn durch die Individuallage der Lernenden in der Primarstufe zuerst nur erste Schritte im Verstehensprozess der Sache möglich erscheinen.

Durch den gegenstandorientierten Dialog von Lehrenden und Lernenden kann die Orientierung am mathematischen Thema in pädagogisches Handeln überführt werden. Wird das Thema von den Lehrenden für den Unterricht ausgewählt, so wird damit auch ein Teil der Kultur einer Gesellschaft für den Mathematikunterricht ausgewählt, d.h. zentrale mathematische Inhalte und die Fragen, die mit diesen Inhalten verbunden sind, werden für die Lernenden in einem Lernprozess zugänglich. Fragen, die mit diesen Inhalten verbunden sind und Fragen von den Lernenden in der Auseinandersetzung mit diesen Inhalten sind die Grundlage für den gegenstandorientierten Dialog, der, um

pädagogisches Handeln zu konstituieren von den Lehrenden angeleitet wird. Die Lernenden setzen sich selbst durch diese Wechselwirkung vom mathematischen Thema, Fragen im Lernprozess und dem Dialog mit Lehrenden dem Verständnis von Welt neu aus. Die Lernenden sind immer durch Bildung neu in der Welt gesetzt, unabhängig davon, wie tief sie im Verstehensprozess des mathematischen Themas eingedrungen sind. Jede bildende Erfahrung, sei sie auch durch Negativität gekennzeichnet, in der sich das Thema nicht vollständig den Lehrenden aufschließt, setzt die Lernenden neu in diese Welt (vgl. Reichenbach 2007b, S. 55f.; Heitger 2008, S. 39ff.; Gruschka 2011a, S. 37f.; Reichenbach 2011, S. 44ff.).

Alfred Petzelt (zit. nach Varelija 2018b, S. 618) zeigt diesen Wachstumsakt auf, wenn er sagt:

„Nach jeder neuen Wissenseinheit, die perzipiert wird, entsteht ein neues Ich. Dieses nimmt wiederum Neues auf und gliedert sich neu, wird also wiederum wieder anders. So wächst das Ich in seinen eigenen Akten.“ (Petzelt, zit. nach Varelija 2018b, S. 618).

Somit können sich die Lernenden neu ordnen, sie ordnen ihr bisheriges Wissen und können sich dabei prüfen, d.h. was war bis zu diesem Zeitpunkt inhaltlich richtig verstanden, was war nicht richtig strukturiert im Verstehensprozess. Der Lernende lernt sich zu bilden, pädagogisch betrachtet im gegenstandsorientierten Dialog mit dem Lehrenden. Die Lernenden können über den Dialog, über das Argumentieren, sich dem mathematischen Thema nähern, erste Vermutungen treffen, diese wieder verwerfen, sich Klarheit über die Argumente der Lehrenden zur Sache und der inneren logischen Richtigkeit des Themas verschaffen. Im Dialog mit den Lehrenden können Lernende eigene Denk-Rechenwege ausprobieren, eigenes Argumentieren auf Richtigkeit prüfen und so ins Verstehen und Werten des angelegten Unterrichtsthemas gelangen. Das Argumentieren der Lehrenden führt die Lernenden vom Nicht-Wissen zum Wissen, vom Fremddenken zum Selberdenken, vom Fremdwerten zum Selberwerten und vom Fremddentscheiden zum Selberentscheiden. An dieser Stelle wird das pädagogische Momentum ersichtlich, welches durch den pädagogisch geführten Dialog möglich wird. Argumente der Lehrenden aber eben auch der Lernenden zur mathematischen Bearbeitung des Themas sind an Geltungsansprüchen somit an mathematische Gesetzmäßigkeiten gebunden, d.h. daran können sie geprüft und übernommen oder verworfen werden.

Geltungsansprüche und Dialog sind nach Mikhail (2016, S. 195) für pädagogisches Handeln notwendige Elemente:

„Dialogizität als pädagogisches Prinzip ist zunächst frei von ethischen Implikationen. [...] Allein, dass Dialogizität immer schon vorausgesetzt wird, wo Menschen pädagogisch interagieren, ist kein frommer Wunsch oder eine wohlwollende Forderung, sondern die Bedingung der Möglichkeit der Aufforderung zur Prüfung von Geltungsansprüchen.“ (Mikhail 2016, S. 195).

Durch Argumente versuchen Lehrende und Lernende der inneren Logik des mathematischen Themas zu folgen und sich dadurch den Kern des mathematischen Themas zu erschließen. Bei einem mathematischen Thema kann die Verstehensorientierung im Dialog zwischen Lehrenden und Lernenden fachspezifisch eine andere Denkstruktur aufzeigen als bei anderen Unterrichtsfächern. Dieser fachspezifischen Struktur in der Verstehensorientierung gilt es zu folgen, wenn Lernenden mathematisches Selberdenken, Selberwerten und Selberentscheiden ermöglicht werden soll. Marian Heitger (2008, S. 156) hat aus pädagogischer Sicht auf diese Unterschiede aufmerksam gemacht:

„Die Argumentation wandelt sich nach den verschiedenen Geltungsgebieten bzw. Unterrichtsfächern und Gegenständen ab. Der Lehrer hat dem Begriff der Methode zu gehorchen, die als spezifische Ordnung dieses Gegenstandsbereiches das dialogische Auseinandertreten von Lehrer und Schüler fordert. [...] So wird gerade im Begriff der Methode die Notwendigkeit des Dialogischen für den Unterrichtsprozess deutlich, denn sie fordert gegenstandsgemäße Auseinandersetzung und Argumentation. Wo diese fehlt, hat der Schüler eigentlich nicht gelernt, allenfalls werden Wissensbestände reproduziert, ohne dass ihnen eigene Einsicht entspricht.“ (Heitger 2008, S. 156).

Die spezielle Bedeutung der Lehrenden im gegenstandsorientierten Dialog, die sich durch das pädagogisch-reflexive Momentum des Wissens der Lehrenden und zugleich des Denken und Handelns zeigt, das notwendig erscheint, damit Lernende sich dieses Wissen aneignen können. Alfred Schirlbauer (2005, S. 55) verweist auf diesen besonderen Zugang:

„Lehrer sind also nicht nur Wissende oder Könner, sondern zugleich Wissende ihres Wissens und Könnens. Sie wissen auch, wieso sie das wissen, was sie wissen, wieso die Sache so gemacht wird, d.h. sie verstehen sich auf den Weg, der zum Ziel führt, auf eine Art und Weise, die es ihnen ermöglicht, diesen Weg

nicht nur selbst zu gehen, sondern auch anderen zu weisen.“ (Schirlbauer 2005, S. 55).

Der gegenstandsorientierte Dialog im Primarstufenmathematikunterricht zeichnet sich durch die Verstehensorientierung aus. Das Verstehen wird dabei gelehrt und es werden Bedingungen für die Möglichkeit des Verstehens gedacht und den Lernenden angeboten, damit sie beim Lernen ins Verstehen kommen. Die Lernenden lernen in der Verstehensorientierung verständig vorzugehen, nicht nur einer Intuition folgend, sie sind nicht an unreflektierte, unverständene mathematische Rezepte gebunden.

Systematisch kann festgehalten werden:

Die Argumentation als konstitutives Prinzip im Primarstufenmathematikunterricht ist im gegenstandsorientierten Dialog, wenn dieser pädagogisch gedacht ist, ein Instrumentarium der Reflexion. Welche Formen der Argumentation, des Dialogs, finden im jeweiligen Primarstufenmathematikunterricht statt? Können Lernende ihre Argumente auf Geltungsansprüche prüfen? Zeigen Lehrende in ihren Argumenten eine Verstehensorientierung in der Vermittlung auf? Steht der Gegenstand, das mathematische Thema im Mittelpunkt des Unterrichts, dem sich Lehrende und Lernende über ihre Argumente konstruktiv nähern? Kommen Lernende im Dialog in das Selberdenken, Selberwerten und Selberentscheiden?

In einem nächsten Schritt wird systematisch untersucht, wie sich Argumentation in Möglichkeitsformen von Mathematikunterricht der Primarstufe abbilden kann.

#### 4 Instrumentarium der Reflexion – Primarstufenmathematikunterricht

Ein möglicher Lehr-Lernpfad im Primarstufenmathematikunterricht zeigt die Struktur eines rezeptartigen Unterrichts auf. Die Lehrenden planen in einem ersten Schritt einen eng begrenzten Lernstoff für den Unterricht. Durch die enge Begrenzung können operative Lernziele festgelegt werden und diese wiederum können in einem Lernziel- bzw. Kompetenzraster als Lernerfolge notiert werden. Diese enge Begrenzung scheint einen klaren Fokus auf einen Unterrichtsinhalt zu ermöglichen. Der Lehr-Lernpfad ist somit didaktisch-methodisch als kleinschrittig zu betrachten. Ein kleiner Schritt aus einem mög-



lichen größeren und ganzheitlicheren Thema wird isoliert für den Unterricht vorbereitet.

Ausgehend von diesem Fokus können Lehrende nun eine entsprechende Musteraufgabe planen und gestalten. Diese Musteraufgabe ist repräsentativ für den ausgewählten Inhalt, für den kleinen inhaltlichen Schritt. An dieser Musteraufgabe soll die Reorganisation des Wissens der Lernenden neu angeeignet werden können. Um die Musteraufgabe korrekt zu lösen, wird in einem weiteren Lehrschritt das entsprechende Rezept überlegt. Dieses Rezept hat eine streng vorgegebene Struktur, d.h. es ist in einzelne Schritte zerlegt, denen Lernende folgen müssen, um die Musteraufgabe mit den Lehrenden gemeinsam zu lösen. Wird Schritt eins des Rezeptes aufgeschrieben, so notieren die Lernenden diesen und warten auf den nächsten Schritt. Die Lehrenden zeigen nun Schritt zwei usw., bis das Rezept vollständig vorgegeben ist. Die richtige Lösung der Musteraufgabe legitimiert das entsprechende Rezept und wird somit als einziger Lösungsweg für die ausgewählte Musteraufgabe dargestellt. Da die Lernenden Schritt für Schritt das rezeptartige Lösen der Musteraufgabe notieren, kann dieser Prozess auch als gleichschrittiges Vorgehen bezeichnet werden. Weitere Aufgaben zu diesem Lerninhalt sollen von den Lernenden in Folge nach diesem einen vorgegebenen Weg gelöst werden. Abweichungen werden als Fehler erkannt, selbst wenn sie möglicherweise interessante eigene Denkwege aufzeigen könnten.

Welche Form von pädagogischem Dialog, vom Prüfen von Argumenten ist in diesem Lehr-Lernpfad vorstellbar? Systematisch werden einige mögliche Fragen/Hinweise von Lehrenden und Lernenden in diesem Unterrichtsszenarium festgehalten:

Lehrende:

- Habt ihr jeden Schritt des Lösungsweges genau abgeschrieben?
- Bitte haltet euch genau an diesen Weg, so kommt ihr zur richtigen Lösung.
- Euer Lösungsweg bei den kommenden Aufgaben muss klar ersichtlich sein, dem Vorgegebenen entsprechen, den ich euch gezeigt habe.
- Ist an diesem Weg etwas unklar, versteht ihr wie man vom ersten Schritt zum zweiten kommt?
- Bei fehlerhaften Lösungen schaut, wo ihr abgewichen seid von der Vorgabe, so erkennt ihr den Fehler am schnellsten und könnt es korrigieren.

- Du hast so viele richtig und so viele falsch gelöst. Durch Üben des Weges kannst du die falschen bald auch richtig lösen.

Lernende:

- Ich denke, ich habe den ganzen Lösungsweg bei der Musteraufgabe abgeschrieben.
- Ich weiß nicht, wo mein Fehler liegt, ich dachte ich habe alle Schritte genau nachgemacht.
- Verstehen tu ich es nicht, aber es führt zur richtigen Lösung.
- Ich lerne diesen Weg und kann ihn dann bei der Hausübung und beim Test, mehr wird nicht verlangt.

Systematisch kann festgehalten werden:

Diese exemplarischen Fragen/Hinweise von Lehrenden und Lernenden zeigen eine Argumentation auf, die defizitorientiert erscheint, d. h. das Rezept führt zur richtigen Lösung und die Fragen/Hinweise sind auf die richtigen Lösungen bzw. die Fehler fokussiert. In den Fragen/Hinweisen wird ein fehlerfreies, operatives Beherrschen des klein-gleichschrittigen Vorgehens in den Mittelpunkt des Unterrichts gestellt. Fehler sind als Abweichungen vom Rezept gekennzeichnet und werden in der Argumentation als solche gekennzeichnet. Diese Form von Argumentation zeigt Möglichkeiten und Grenzen auf, die durch den rezeptartigen Unterricht, wie er hier in einer reduzierten Form skizziert ist, vorgegeben werden. Dieser geplante und durchgeführte Lehr-Lernpfad ermöglicht kaum weitere Argumente, kein weiteres Suchen und Prüfen von Selberwerten und Selberentscheiden. Was soll an einem klein- und gleichschrittigen Rezept von Lernenden hinterfragt, angezweifelt oder alternativ gelöst werden? Die Vorgabe erscheint als mathematisch einzig richtiger Denkweg, der als solcher unhinterfragt zu übernehmen ist. Warum dieser Weg so und nur so richtig ist, bleibt im Verborgenen, wenn die Argumentation im Unterricht diesem radikalen Szenarium entspricht. Gleichzeitig scheint die Argumentation als Instrumentarium der Reflexion an dieser Stelle geeignet, um Unterrichtsabläufe zu reflektieren, sie in ihrem Ablauf kritisch zu hinterfragen, ihre Bedingungen für die Möglichkeit von mathematischer Bildung zu prüfen.

Ein weiterer möglicher Lehr-Lernpfad im Primarstufenmathematikunterricht zeigt die Struktur eines Lernmaterial-lastigen Unterrichts auf. Die Lehrenden planen den Mathematikunterricht über das Lernmaterial. Welches

Material scheint geeignet zu sein, um den nächsten Lernschritt im mathematischen Thema zu ermöglichen? Die Lehrenden überlegen dabei, ob das Arbeiten mit dem Lernmaterial ermöglicht, dass Lernziele oder Kompetenzen erreicht werden können. Das Lernmaterial wird auch nach Kriterien wie dem Grad der Möglichkeit des selbständigen Lernens für die Lernenden geprüft bzw. ob es auch Kontrollmöglichkeiten für die mathematischen Aufgaben beinhaltet. Gegenwärtig wird auch die Entscheidung nach analogem oder digitalem Lernmaterial von Lehrenden in die Unterrichtsplanungen einbezogen. Durch das entsprechende Lernmaterial können in diesem Unterrichtsszenarium die Lernenden möglichst selbstorganisiert die einzelnen Schritte im mathematischen Thema bearbeiten. Die Lehrenden erklären in diesem Lehr-Lernpfad das Lernmaterial, wie es konzipiert ist, wie damit gelernt werden soll. Die Lernenden beginnen, sich dem mathematischen Thema mit dem Material zu nähern. Sie bekommen möglicherweise Feedback vom Lernmaterial, sei es in analoger Version durch Formen von analoger Selbstkontrolle, die beim Lernmaterial konzipiert ist, sei es in der digitalen Version durch das digitale Anzeigen von falschen und richtigen Lösungen. Die Lehrenden sind in dieser Phase des Unterrichts Lernbegleiter\*innen, d.h. sie begleiten die Lernenden im Bearbeiten des vorgegebenen Materials.

Wie ist die Suche nach Geltungsansprüchen in der Argumentation von Lehrenden und Lernenden in dieser Skizze von Mathematikunterricht vorstellbar? Systematisch werden einige mögliche Fragen/Hinweise von Lehrenden und Lernenden in diesem Unterrichtsszenarium festgehalten:

Lehrende:

- Habt ihr Fragen zum Lernspiel?
- Die Selbstkontrolle beim Lernmaterial zeigt euch, ob ihr richtig unterwegs seid.
- Wenn ihr Fragen zum Material habt, kommt zu mir.
- Wer fertig ist, kann sich weitere Aufgaben zum Bearbeiten holen.
- Versuche alle Beispiele richtig zu lösen, dann bekommst du schwierigere von mir.
- Zeig mir deine Lösungen, bei Problemen nimm dein Material und wir probieren es gemeinsam mit dem Material.
- Tragt eure Material in euren Freiarbeitsplan ein, so könnt ihr sehen welches ihr schon bearbeitet hab und welche euch noch fehlen.

Lernende:

- Wie arbeite ich mit dem Lernspiel?
- Wo sehe ich, ob meine Lösungen stimmen?
- Was mache ich, wenn ich es immer wieder falsch löse?
- Gibt es verschiedene Schwierigkeitslevels?
- Gibt es auch Lerntipps beim Material, wenn ich ein Beispiel nicht lösen kann?
- Können wir auch zu zweit an einem Lernspiel arbeiten?
- Müssen wir die Lösungen auch herzeigen oder reicht es, wenn wir selbst kontrollieren?

Systematisch kann festgehalten werden:

Diese exemplarischen Fragen/Hinweise von Lehrenden und Lernenden zeigen eine Argumentation auf, die Material-lastig erscheint, d.h. die Bearbeitung des Lernmaterials ist im Zentrum des Unterrichtsgeschehens. Sowohl der Fokus der Lernenden aber auch der Lehrenden liegt auf dem Material und dem dadurch vorgegebenen Lernpfad. Die Fragen/Hinweise beziehen sich immer wieder auf das Material und richtige bzw. falsche Lösungen der gestellten Aufgaben. Die Differenzierung ergibt sich durch die Vorgaben des analogen bzw. digitalen Materials, weniger durch die Lehrenden. Fragen und Hinweise deuten auf den Umgang mit Material, auf die Form des selbstorganisierten Lernens hin. Die Lehrenden in der Form der Lernbegleiter\*innen zeigen in ihrem pädagogischen Dialog auf, wie sie unterstützend den selbständigen Weg der Lernenden begleiten wollen und achten in ihrer Argumentation auf wenig inhaltliche Vorgaben im Lernprozess. Die Fragen/Hinweise zeichnen in dieser Skizze ein Lernmaterial-Management auf, wodurch sich der Dialog über das Material und die Selbstorganisation der Lernenden konstruiert. Ausgehend von einer zeitgemäßen Verstehensorientierung im Primarstufenmathematikunterricht kann an dieser Stelle kritisch-reflexiv mit Hilfe des konstitutiven Prinzips der Argumentation gefragt werden, ob sich im Lernmaterial möglicherweise auch kleinschrittiger-rezeptartiger Unterricht verbirgt, der durch den Schein eines Lernmaterials bzw. Lernspiels verborgen wird. Erst durch den Bezugspunkt eines konstitutiven Prinzips werden didaktisch-methodische Wege einer Reflexion zugänglich.

Ein weiterer möglicher Lehr-Lernpfad im Primarstufenmathematikunterricht zeigt die Struktur eines verstehensorientierten Unterrichts auf. Die

Lehrenden versuchen in der Planung und Durchführung des mathematischen Themas unter dem Aspekt der Verstehensorientierung, didaktisch-methodische Wege zu gestalten, bei denen sie das Hinführen zu eigenen Denk-Lösungswegen der Lernenden mitbedenken. Die Argumente für eigene Denk-Lösungswegen von Lernenden sind ein grundlegender Bestandteil dieses Konzeptes. Die Lernenden sollen keine unhinterfragten Rezepte übernehmen, sondern mathematische Muster und Strukturen sowohl in der Erarbeitungsphase als auch in der Übungsphase entdecken und verstehen können. In Kommunikationsphasen mit Mitlernenden und Lehrenden können diese Lösungsansätze der Lernenden geprüft, vielleicht verworfen, neu überdacht und ausprobiert werden. Dem Selberdenken, Selberwerten und Selberentscheiden wird ein entscheidender Moment im Unterrichtsgeschehen eingeräumt. Die Auswahl der Aufgabenstellungen unterliegt in diesem Konzept von Primarstufenunterricht ebenso der Verstehensorientierung. Die Aufgaben weisen mathematische Muster und Strukturen auf, die den Lernenden mathematische Gesetzmäßigkeiten aufzeigen und die als solche in der angebotenen Art und Weise auch entsprechend der Individuallage der Lernenden verstanden werden können. In mathematischen Konferenzen mit Lernenden, werden Zeit und Raum von den Lehrenden zur Verfügung gestellt, damit Lernende ihre Denk-Lösungswegen und somit auch Argumente aufzeigen können und diese in der Diskussion mit Mitlernenden und Lehrenden geprüft werden können. Unterschiedliche Ansätze der Lernenden werden miteinander verglichen, darüber wird diskutiert, dazu können Fragen formuliert werden, Vermutungen zu Mustern und Strukturen werden festgehalten und überprüft. Lernende können voneinander lernen, Lösungsansätze übernehmen und ausprobieren.

Welche Form von pädagogischem Dialog, vom Prüfen von Argumenten ist in diesem Lehr-Lernpfad vorstellbar? Systematisch werden wieder einige mögliche Fragen/Hinweise von Lehrenden und Lernenden in diesem Unterrichtsszenarium festgehalten:

Lehrende:

- Versucht auf eurem Weg die Aufgabe zu lösen.
- Erklär mir deinen Lösungsweg.
- Vergleicht eure Ansätze und besprecht die Vorteile einzelner Rechenwege.
- Welches Muster fällt euch auf?
- Warum ändern sich die Ergebnisse in den Übungen so und nicht anders?

- Warum habt ihr euch für diesen Weg entschieden?
- Beschreibe Auffälligkeiten des mathematischen Musters.
- Kannst du es auch anders lösen?

Lernende:

- Ich rechne so, weil es mir am leichtesten fällt.
- So verstehe ich es.
- Ist dieses Muster richtig, welches ich gefunden habe?
- Ich habe mir gedacht, so geht es noch leichter.
- Mein erster Schritt war . . . , mein zweiter . . . dann habe ich es gehabt.

Systematisch kann festgehalten werden:

Diese exemplarischen Fragen/Hinweise von Lehrenden und Lernenden zeigen einen auf Argumentation aufbauenden Unterricht auf, bei dem Verstehen Lehren im Zentrum der Planung und Durchführung aufzeigt wird, d.h. das Instrumentarium der Reflexion, die Argumentation, zeigt in dieser Variante auf, wie stark die eigenen Denk-Lösungswege der Lernenden bedacht und eingebunden werden. Die Kommunikationsphasen sind ein wesentlicher Bestandteil dieses Primarstufenmathematikunterrichts. Die Lehrenden können sich in ihrer Reflexion des Unterrichts an den Fragen/Hinweisen, die sie gestellt haben, orientieren, wodurch sie zum Teil erkennen können, wie verstehensorientiert der Ablauf des Unterrichts tatsächlich war und zu interpretieren ist.

## 5 Abschließender Blick auf das Instrumentarium der Reflexion

Die drei skizzierten Möglichkeitsformen von Primarstufenmathematikunterricht (vgl. dazu auch Spiegel & Selter 2003, S. 15ff.; Wittmann 2017, S. 56f) in dieser Arbeit weisen keine vollständige Struktur auf und dienen der Konzeptualisierung eines Instrumentariums der Reflexion. Es sind weitere Varianten der vorgestellten Möglichkeitsformen denkbar. Es erscheint aber notwendig, sich in ersten Schritten einem Instrumentarium der Reflexion über Möglichkeitsformen zu nähern, da auf diese Weise Primarstufenmathematikunterricht für die didaktisch-methodische Forschung als Forschungsgegenstand einen Bezugspunkt erhält, sich der pädagogischen Erkenntnis und Erfahrung weiter aufschließt. Dadurch können auch neue Forschungsfragen mit Hilfe des In-

strumentariums in den Forschungsdiskurs eingebracht werden. Werden weitere neu gedachte Instrumentarien, Prinzipien entworfen, so stehen sie ausgehend von dieser Forschung im Dialog mit dem konstitutiven Prinzip der Argumentation.

Für die Praktiker\*innen bietet sich die Möglichkeit an, mit dem Instrumentarium realen, konkret praktizierten Unterricht zu hinterfragen, zu überdenken, neu auszuprobieren und weiterzuentwickeln.

Das Selberdenken, Selberwerten und Selberentscheiden kann in weiteren Schritten durch das hier vorgegebene Instrumentarium der Reflexion als Teil der mathematischen Bildung implementiert werden, auch wenn es grundsätzlich nie anders von Mathematiker\*innen, Didaktiker\*innen und Praktiker\*innen gedacht war und sich vielleicht im Forschungsgeschehen und der Methodenvielfalt im schulischen Alltag nicht mehr zu erkennen gab.

Mathematische Bildung, in der das Prüfen des eigenen Denkens und das Argumentieren einen didaktisch-methodischen geplanten und begründeten Stellenwert erhält, wird in Folge von Lernenden möglicherweise auch nicht mehr als rezeptartige und nicht zu verstehende Struktur betrachtet werden, sondern als kreativer Prozess, in dem man sich als Lernender mit seinen Gedanken, Lösungsansätzen und Argumenten einbringen kann.

## Literatur

- Gruschka, A. (2011a). *Verstehen lehren*. Stuttgart: Reclam.
- Gruschka, A. (2011b). *Didaktik. Das Kreuz mit der Vermittlung*. Frankfurt/M: Büchse der Pandora.
- Gruschka, A. (2013). *Unterrichten – eine pädagogische Theorie auf empirischer Basis*. Berlin: Budrich.
- Heitger, M. (2008). Das grundlegend Dialogische des Pädagogischen. In: T. Mikhail (Hrsg.). *Ich und Du. Der vergessene Dialog*. (S. 139-159). Frankfurt/Main: Peter Lang.
- Hirt, U. & Wälti, B. (2008). *Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte*. Seelze: Kallmeyer.
- Koch, L. (2015). *Lehren und Lernen. Wege zum Wissen*. Paderborn: Schöningh.
- Leuders, T. (2012). *Erlebnis Arithmetik*. Heidelberg: Springer.
- Mikhail, T. (2016). *Pädagogisch handeln. Theorie für die Praxis*. Paderborn: Schöningh.
- Padberg, F. & Benz, C. (2011). *Didaktik der Arithmetik*. Heidelberg: Spektrum.

- Reichenbach, R. (2007a). Soft skills-destruktive Potentiale des Kompetenzdenkens. In: L. Pongratz, R. Reichenbach, M. Wimmer (Hrsg.) *Bildung-Wissen-Kompetenz*. (S. 64-81). Bielefeld: Janus.
- Reichenbach, R. (2007b). *Philosophie der Bildung und Erziehung*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Reichenbach, R. (2011). *Pädagogische Autorität*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Reusser, K. & Pauly, C. (2003). *Mathematikunterricht in der Schweiz und in weiteren sechs Ländern. Ein Bericht über die Ergebnisse einer internationalen und schweizerischen Video-Unterrichtsstudie*. Universität Zürich.
- Schipper, W. & Ebeling, A. & Dröge, R. (2015). *Handbuch für den Mathematikunterricht. 2.Schuljahr*. Hannover: Schroedel.
- Schirlbauer, A. (2005). *Die Moralpredigt. Destruktive Beiträge zur Pädagogik und Bildungspolitik*. Wien: Sonderzahl.
- Schirlbauer, A. (2018). Schule des Fortschritts. In: A. Schirlbauer, H. Schopf, G. Varelija (Hrsg.). *Zeitgemäße Pädagogik. Verlust und Wiedergewinnung der einheimischen Begriffe*. (S. 9-24.) Wien: Löcker.
- Spiegel, H. & Selzer, Ch. (2003). *Kinder und Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten*. Seelze: Kallmeyer.
- Varelija, G. (2018a). Lebensatelier oder Muße. In: A. Schirlbauer, H. Schopf, G. Varelija (Hrsg.) *Zeitgemäße Pädagogik. Verlust und Wiedergewinnung der einheimischen Begriffe*. (S. 171-189). Wien: Löcker.
- Varelija, G. (2018b). Der gegenstandsorientierte Dialog. In: *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Pädagogik*. Paderborn: Schöningh.
- Wittmann, E. & Müller, G. (2017). *Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1 und Band 2*. Stuttgart: Kallmeyer.